

跨越断层,走出误区:

# “数学课程标准”核心词的 实践解读之一

上海市静安区教育学院 曹培英

教育部《数学课程标准(2011年版)》(以下简称“新版课标”)前言部分关于“课程内容”的阐述,最大的亮点在于修改、充实了十个核心词。

坊间有人调侃,核心词居然有十个之多,还有“核心”吗?

但若细细研读,不难发现,十个核心词所指称的,确实都是构成数学素养的重要因素,值得反复学习、领会。

对于义务教育阶段的数学教师来说,最感兴趣的也是最为重要的是基于实践的解读。

笔者愿意结合自身多年的教学实践、多年的课堂观察与研究,细述个人的学习心得,尝试跨越理论与实践的断层,走出认知与教学的误区,以供同仁借鉴。

## 核心词:数感

### 一、数感,“你”是什么

教育部《数学课程标准(实验稿)》关于“数感”的诠释是:“数感主要表现在:理解数的意义,并能用多种方法来表示数;能在具体的情境中把握数的相对大小;能用数来表达和交流信息;能为解决问题而选择适当的算法;能估计运算结果,并

对结果的合理性作出解释。”

这段话试图从学习行为改变的视角刻画数感的表现,即理解数的意义,主要表现为五个“能”。它比那种将数感等同于“数学头脑”,认为“建立数感可以理解为会‘数学地’思考”的广义解释,要收敛许多,但仍显宽泛。例如,“为解决问题而选择适当的算法”,有时数感能起一点作用,但更一般地起主要作用的是对运算、对算法的理解。

“新版课标”关于“数感”的表述是:“数感主要是指关于数与数量、数量关系、运算结果估计等方面的感悟。建立数感有助于学生理解现实生活中数的意义,理解或表述具体情境中的数量关系。”

这一表述由两句话组成。前一句侧重数感的界定,“数感主要是……感悟”;后一句侧重数感的作用,“数感有助于……”。两句话的共同之处在于,都描述了数感的表现。

作为课程标准,尽可能地给出学习行为的表现性评价标准,是可取的。然而,一线教师又希望看到浅显、通俗的解释。这一要求并不过分。

既然数感是一种感悟,而“感悟”的本意是“有所感触而领悟”,那么简单地说,数感就是关于数的感觉和理解。

我的工作室有两位学员撰写了一篇关于培养数感的论文,经层层筛选,送交中国教育学会小学数学教学专业委员会第12届年会,获一等奖。有关人员审查发现,其中关于数感内涵的界定“数感是一种主动地、自觉地或自动化地理解数和运用数的态度与意识”,网上有难计其数的论文,出现一字不差的话语。因此,建议改成自己的陈述。经查,这句话源自《数学课程标准(实验稿)解读》一书,被人广为引用不足为奇。

两位作者要我帮忙修改，但对我的解释“数的感觉和理解”又不太满意，认为过于直白，缺乏学术味。无奈，只好绞尽脑汁，替她们动笔改为：“数感是数的抽象意义与数的具体意义的统一，是一种自觉地联系量，主动地基于数学的或现实的问题情境，解释数和应用数的意识与能力。”

两位作者看了欣喜不已，认为一语道破“心求通而未得”，数感的确是两种意义的统一，也确实解释数、应用数的意识与能力。但部分读者反映这一界定“抽象、难懂”，“深入了，没有浅出”。

的确，理论阐述越玄，实践解读就越困难，两者之间的断裂也就越明显。但深刻与浅显兼备，谈何容易。看来，“众口难调”，权且一并呈现，由读者各取所好。

## 二、数感，想说“爱你”不容易

曾经观摩过两节教学数概念的课，难以忘怀，内容分别是“100以内数的认识”、“1000以内数的认识”。

前一节课，教师给每位学生发一小袋黄豆（教师悄悄告诉我，她数好的，每小袋100粒），让学生小心翼翼地倒出来，先估、再数，看谁估得准。

后一节课，教师出示一叠A4纸，指导语是：“请小朋友们先估一估，然后我来数，看谁估得最准哦。”课后教师说，为了数得快，她拜能者为师，反复练习。课堂表现果然不俗，5、10、15……很快数完，200张。

面对这样的教学情境，坐在教室里听课的我，深感惭愧，感觉自己成了一位必须重返小学补习的人。因为我对豆子的颗数没有感觉，尽管几乎天天用纸，但看着教师拿着的那叠纸，同样估不出大约有多少张。

当时我的第一反应,除了“猜”,别无他法。

再一想,可以先数出 10 粒、20 张,再估有多少个 10 粒、20 张,但毕竟缺乏训练,恐怕还会估不准。

学生很兴奋,争先恐后地说出自己的“猜想”,如同我的第一反应。

我感慨两位教师的付出,为了培养学生的数感,课前花费大量精力,充分准备,令人肃然起敬。但又不能不反思。

如果说估豆子、估纸,培养的是数感,那么上世纪六七十年代北京王府井百货大楼糖果柜台营业员张秉贵,就是数感极佳的人。想当年,物资匮乏,人们买糖果,少有称上一斤的。张师傅不管顾客要二两、三两还是半斤,甚至还有几两半的,随手一抓,保证足斤足两。“一抓准”成了他的标签。

试问:这是数感吗?

问题在哪里呢?我陷入深思,终有所获:“数感”与“量感”混淆。

研究高等数学的学者可以轻松地说,“数感就是数量意识”。因为数是量的共同属性的抽象与表征,数与量可以混为一谈,例如,变数与变量是同义词。但在小学数学中,数与量却是两个既有联系又有区别,并且常常不能不加以区分的概念。

在现实生活中,没有抽象的数,有的都是数与量的混合体。因此,培养数感,难免牵涉到量。而且,在现实生活中,数感又常常表现为观察事物时的数量意识,或者反映为将数与实际背景联系起来。

可是,以上两例,无疑是在提醒我们,培养数感,不宜过于依赖量,尤其是不能选择特殊的量。比如,小小的豆,薄薄的纸。毋庸置疑,豆、纸的量感,不是人人都需要建立的,肯定不

是义务教育的内容。

那么,我们又该如何帮助学生建立数感呢?

### 三、数感,可以怎样培养

#### 1. “数”出数感

首先,数感是数出来的。

学龄儿童通过日常生活中有意、无意的数数活动,已经自主地实现了物体个数的数量守恒。

在此过程中,他们还掌握了被数物体与数的一一对应,如五个手指与1~5的依次匹配,并且知道从左、从右数,都是五个手指,即数数的结果与数的顺序无关,特别是知道了数到最后的“5”表示一共五个手指,即数到最后一个数的值就是这个集合的基数。

这些都是儿童最初的数感。小学数学教学只是在此基础上引导学生逐步扩大数数、认数的范围,相应地逐步丰富、发展学生的数感。期间每一步进展的有效性,很大程度上取决于教学设计与实施的科学性、艺术性。

记得是在山东淄博城乡结合部的一所小学听过一节“1000以内数的认识”。教师出示一篇古文(下图为该文的一部分),让学生数一数,一共有多少字。

天地玄黄	宇宙洪荒	日月盈昃	辰宿列张	寒来暑往
秋收冬藏	闰馀成岁	律吕调阳	云腾致雨	露结为霜
金生丽水	玉出昆冈	剑号巨阙	珠称夜光	果珍李柰
菜重芥姜	海咸河淡	鳞潜羽翔	龙师火帝	鸟官人皇
始制文字	乃服衣裳	推位让国	有虞陶唐	吊民伐罪

周发殷汤	坐朝问道	垂拱平章	爱育黎首	臣伏戎羌
遐迩一体	率宾归王	鸣凤在竹	白驹食场	化被草木

赖及万方 盖此身发 四大五常 恭惟鞠养 岂敢毁伤  
女慕贞洁 男效才良 知过必改 得能莫忘 罔谈彼短  
靡恃己长 信使可复 器欲难量 墨悲丝染 诗赞羔羊

景行维贤 克念作圣 德建名立 形端表正 空谷传声  
虚堂习听 祸因恶积 福缘善庆 尺璧非宝 寸阴是竞  
资父事君 日严与敬 孝当竭力 忠则尽命 临深履薄  
夙兴温清 似兰斯馨 如松之盛 川流不息 渊澄取映  
容止若思 言辞安定 笃初诚美 慎终直令 荣业所基

籍甚无竟 学优登仕 摄职从政 存以甘棠 去而益咏

……

学生看到4字一句,5句一行,发现一行20字,于是自发地20、40、60……地数起来,数到100,看到正好组成一段,就又自发地从一行行数转向一段段数,100、200、300……数完,迫不及待地报出答案,一共1000字。

教师给予赞赏,并边说“这是古代的千字文”,边揭示文首的“千字文”三字。

这是我第一次看到以“千字文”为载体创设数数的情境,不禁为教师的设计、加工所折服。

千字文原本只是4字一句,教师有意识地把它排列成5句一行,5行一段,以诱导学生20、20地数,100、100地数。用时不多,过程明了。数完,1000的感觉,自然而然地来了。

真是太好了!

数实物,离不开“量”。但汉字的量感,每个二年级学生都有,无须格外关注,因此注意力都集中在数数上。而且,引进1000,正需要引导学生利用已有基础,100、100地数。

可见,精心选择适当的载体,可以排除“量”的干扰。

教师安排的一系列巩固练习,既有课本的,也有继续利用千字文的。后者如:

(1) 找出学习的“学”,从头数,它是第几个字?

(2) 从头数,第 996 个是什么字?第 192 个是什么字?

我仔细观察,学生找到“学”后,都 100、100 地数,轻而易举,“学”是第 305 个字。

第(2)题明显加大了难度。第 996 个字,学生都是倒数的。第 192 个字,多数学生从第二段起,120、140 地数;部分学生从第二段末尾起,往回倒数;还有个别学生交流时说:“ $200-8=192$ ,从第二段最后一行,去掉后面 2 句,就找到了第 192 个字是‘量’。”

讨厌的“量”,在这里变得如此可爱,竟能量出学生的“智力”,显现他们的个性化解答。

多么巧妙的练习!“千字文”被用活了。

走出先估再数,为“量”所困扰的误区,原来十分简单。感谢淄博的那位老师,以她科学性、艺术性兼备的教学,给予我们深刻的启迪。

其实,很多教师都有自己的数数教学的精彩故事,透视这些案例,不难总结“数出数感”的教学经验。

是什么蒙蔽了思绪,使我们忘了回溯个体与群体的经验,另起炉灶,从头摸索?

原因固然是多方面的,其中一个主要原因恐怕是认知的偏差。总以为汉语词汇原来只有“语感”、“乐感”等,没有“数感”,既然是外国翻译过来的新名词,那就是新生事物,需要寻找新的表现形式与新的教学对策。

看来,对待新名词、新口号,应当自觉警惕两种片面性。

一是割裂历史,即无视古今中外的某些事物本是相通的,被新包装所迷惑,盲目摸石头过河;二是漠视发展,即发现了某些事物的源头、渊源或原型,就固步自封,不再与时俱进。两种片面性都会误导实践。

## 2. “读”出数感

其次,数感是读出来的。

多年前,某地教学评比,有教师上“大数的认识”,其中一个数 3000006000 的读法引起了争论:应该读作三十亿零六千,还是读作三十亿六千。双方征询我的意见。

我嘴上回应,两种读法都没问题,心里却在感叹:我们的老师真有才,居然找到一个例子,令读数法则左右为难。

众所周知的读数法则是:每一级末尾的 0 不读,其他数位不论连续有几个 0,只读一个零。

该数“6”后面的三个 0 在个级末尾,“3”后面的第一个 0 在亿级末尾,都不读,没有争议。整个万级连续四个 0,是看作“万级的末尾”呢,还是看作“其他数位”?模棱两可。

为什么没人想到将读数法则修订得严密些呢?其实,并不十分必要。请看:30600,30060 分别读作三万零六百,三万零六十。

为什么这两个数的中间分别有一个、两个 0,都只读一个零,却不会发生混淆呢?因为读出了计数单位。既然读出了计数单位,那么不读“零”就不会有任何歧义。例如,30600 读作三万六千,30060 读作三万六千,分别是 3 个万与 6 个百、3 个万与 6 个十,清清楚楚。

可惜,30006 中间的 0 不能不读,因为我们有不读个位计数单位的习惯。例如,30006 读作三万零六,而不是三万零六

个,36000可以读作三万六千,也可以读作三万六。正是由于不读个位计数单位的习惯,因此一概而论不读“零”是行不通的。因为数学教师不可能也不应该为了小学数学的教学方便而改变社会大众千百年来形成的习惯。其他国家的语言,也有给小学数学教学带来麻烦的情况。如德国人读数,三位数是先读百位数,再读个位数,最后读十位数,在我们看来匪夷所思,他们也只能面对。

应该反思的是,提炼了读数的通则之后,忘了通则通法有时也是可以“通融”的。特别是,视通则为不可逾越的“红线”和判断对错的准则,以致师生的注意力都紧盯着“红线”,当然这没错,但极为遗憾的是,忽略了读数的数感功能。

读数有数的感悟功能吗?请看:

(1) 6789 读作( )千( )百( )十( );

(2) 6789 由( )个千,( )个百,( )个十和( )个一组成;

(3)  $6789 = ( ) \times 1000 + ( ) \times 100 + ( ) \times 10 + ( )$ 。

分开看,第(1)题会读数的学生都能正确填写,后两题却被认为一题比一题更抽象,更形式化。现在将三题放在一起对比,不难发现它们原来是一回事,只要会读数,就应该都能正确回答。那么,一题比一题更难,难度从何而来?原来,一部分学生虽能正确读出六千七百八十九,却有如“小和尚念经,有口无心”,并没有意识到六千就是6个千,就是 $6 \times 1000 \dots\dots$

语言本是思维的外壳,但当思维的内容充斥读数法则,读后又不去想一想读了什么,这时读数的语言就只是法则的外壳了。

换句话说,只要让学生在理解的基础上读数,知道自己读的是什么,就能读出数感,而且是脱离了“量”的抽象的数感。

不仅是整数,分数也能读出数感。

例如,在认识分数的教学中,教师经常让学生叙述某一分数的含义,如问: $\frac{2}{3}$ 是什么意思?岂不知问题的话语,就已经给出了答案的陈述: $\frac{2}{3}$ 就是三分之二的意义。

正由于分数的汉语读法具有读出数的含义即读出数感的功能,因此中国教师教学分数,不仅强调单位“1”的等分,还重视分数的书写顺序:先写分数线,表示平均分,再写分母,表示平均分成几份,最后写分子,表示有这样的几份。数学教师之所以敢于彻底颠覆从上往下的常规书写顺序,就是为了确保读与写的一致性。并且,整个书写过程与分数的常见生成过程也是一致的。

植根于民族文化的这一切,是如此地和谐统一,它为小学生学习数学提供了得天独厚的条件,我们没有理由弃之不用。

事实上,除了数数、读数,教学数的基数意义与序数意义,区分几个与第几个,教学数序与数的大小比较,等等,都有助于形成数感。因为这些教学活动,都能帮助学生获得关于数的感觉,增进对数的理解。

应该说,我国的小学数学历来重视数的感悟,虽说没有“数感”这一名词,但名词背后的实在之物,还是有所把握的。引进新词的主要贡献,在于提醒我们从“自发”走向“自觉”。

### 3. “算”出数感与“估”出数感

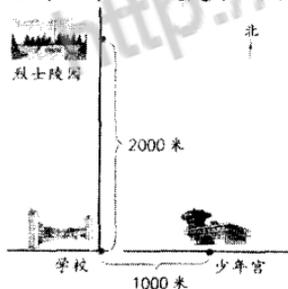
数感可以“算出来”、“估出来”,已被认识并实践了多年,也有相关经验总结见刊,本文限于篇幅,就不再给出实证、展开论述。

#### 4. “用”出数感

小学数学的实际问题,大多涉及数。因此,在应用所学数学知识解决实际问题的过程中,数感常常会自然而然地得以表现。

例如,解答下题(苏教版《数学》三年级下册的一道习题):

张华从学校出发走了15分钟,每分走72米。



- (1) 如果是向东走,现在  
在少年宫的东面还  
是西面?
- (2) 如果是向北走,大概  
走到了哪个位置?  
在图中用“·”表示  
出来。

已知条件是步行的时间与速度,求路程,用到的计算是很简单的两位数乘法, $72 \times 15 = 1080$ (米)。与众不同的是,本题的两个问题,综合了“上北下南,左西右东”的图上方位的知识。回答问题的大致思考过程是:

(1) 学校的东面是少年宫,相距1000米,从学校出发向东走1080米,超过了少年宫,所以在少年宫的东面。

(2) 学校的北面是烈士陵园,相距2000米,从学校出发向北走1080米,所以在全程中点的偏北处。

询问作出正确解答与标注的学生,他们的回答都包含两个判断:

1080比1000大一点;

1080比2000的一半大一点。

作出这两个判断,无须考虑1080米有多长,也不用顾及1000米、2000米的实际长度。如果将长度单位“米”换成“千

米”或别的什么单位,正确的反应还是这两个判断。显然,这就是数感的“自动化”反应,是与量无关的单纯的数感。

诸如此类的实例,举不胜举。

其实,在以往的教学,一些有关数量关系的专项练习,也有“用出数感”的效果。例如:

学校舞蹈队有 12 名男生,30 名女生。

请根据以上信息,补充条件,并列求出女生(得数是 30)的算式。

已知学校舞蹈队有 12 名男生, .....。  
学校舞蹈队有多少名女生?

你能想出几种不同的条件?

学生首先想到的是“女生比男生多 18 名”,其次是“女生比男生的 2 倍多 6 名”,部分学生还想到了“女生比男生的 3 倍少 6 名”。学了小数除法之后,学生的第二反应大多是“女生人数是男生的 2.5 倍”。显然,数域的扩展也会丰富、发展学生的数感。

事实上,即便是解决脱离现实背景的数学问题,也常常要用到数感。例如,求两个数的最大公因数、最小公倍数,分数的约分、通分,分数与小数的互化;等等。反过来,激活数感的过程也使数感得到了进一步的锻炼。

总而言之,一旦认识了数感的本来面目,就不难跨越理论与实践的断层,数感的建立、发展与练习巩固,就显得十分平常,相应的教学措施也就不必煞费苦心,另辟蹊径了。

当然,事物总是会发展的。理论工作者可以继续考证数感的词源,引经据典,演绎推论;实践工作者可以不断探索,在应用原有经验的同时,发展经验,丰富经验。



知网查重限时 7折 最高可优惠 1

本科定稿，硕博定稿，查重结果与学校一致

免费论文查重：<http://www.paperyy.com>

3亿免费文献下载：<http://www.ixueshu.com>

超值论文自动降重：[http://www.paperyy.com/reduce\\_repet](http://www.paperyy.com/reduce_repet)

PPT免费模版下载：<http://ppt.ixueshu.com>

---