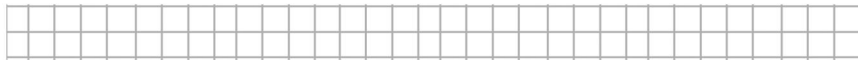


# 在小学数学教学中培养学生的合情推理能力



陈祥彬 (重庆市教育科学研究院)

所谓合情推理,是根据已有的事实和正确的结论、实验和实践的结果,以及个人的经验和直觉等推测某些结果的推理过程,归纳、类比是合情推理常用的思维方法。合情推理能力是推理能力的重要组成部分,它无论是对学生今天的数学学习,还是对学生今后的工作与生活,都具有十分重要的作用。就数学学习来说,很多知识的获取、结论的归纳、解决问题思路与方法的发现等都需要进行合情推理,学生经历数学知识的探索发现过程,既是合情推理的过程,也是培养学生合情推理能力的过程,比如小学生探索发现2、3、5的倍数的特征,就需要进行归纳推理。就学生今后的工作与生活来看,无论是开展科学研究,还是从事生产劳动;无论是从事社会服务工作,还是处理日常生活问题,都需要一定的合情推理能力,比如科学家发现科学结论、农民根据市场的需求判断种植农作物的品种、警察分析案情等都会用到合情推理。因此,在小学数学教学中培养学生的合情推理能力,有利于为学生的终身学习与发展打下良好的基础。

## 一、合情推理的主要形式

合情推理在具体的应用中具有不同的形式。根据合情推理采用思维方法的不同,小学数学中的合情推理可以分为归纳推理、类比推理和概率统计推理等推理形式。

### 1. 归纳推理。

所谓归纳推理,是指由某类事物的部分对象所具有的某些特征,推出该类事物也具有这些特征的推理。进一步说,归纳推理就是从个别的、特殊的事实出发,通过观察、分析、归纳、整理,推出带有

规律性、普遍性结论的推理形式。归纳推理的本质是从特殊到一般、从个性到共性、从经验事实到事物内在规律的思维过程。归纳推理是合情推理的核心内容,在小学数学学习中广泛应用,例如,学习加法交换律时,通过对 $25+34=34+25$ 的观察,发现等式左右两边两个加数交换了位置,和不变,由此猜想:任何两个数相加,交换加数的位置,和都不变,并再列举这样的例子进行验证,发现它们都具有这样的规律,于是概括出两个数相加,交换加数的位置,和不变,这个一般性结论,这种推理形式就是归纳推理。

归纳法是基于归纳推理形式的一种思维方法,它可以分为完全归纳法和不完全归纳法,小学数学中的归纳推理,几乎都是采用不完全归纳法进行推理,即通过对事物部分对象的分析得出一般性结论的推理形式。归纳推理具有积极的育人价值,一是归纳推理的前提提供的例证材料相对较少,推理步骤简捷,有利于学生迅速发现数学事实的本质,培养思维的敏捷性。二是归纳推理得出的结论一般超出了前提所包含的范围,它不但有利于学生在数学学习中以较少的题材掌握更多的知识和概括化的结论,而且有利于学生概括能力和数学认知结构的发展。三是归纳推理立足于通过观察、猜测、联想去发现新的数学结论,它不但有利于发现与掌握新知识,而且有利于培养学生思维的独创性和创新意识。

### 2. 类比推理。

所谓类比推理,就是根据两类不同的数学对象之间在某些方面相同或相似,从而推测出它们在其他方面也有可能相似或相同的推理方法。进一步说,类比

推理是在比较的基础上,从特殊到特殊的推理形式,是利用已经掌握的其他事物的特征,推测出目前需要研究的事物的特征的推理过程。波利亚认为,类比就是一种相似。因此,凡是不同的事物之间存在着相似性,或它们在结构上具有一致性,就可以用类比推理发现新的知识。类比推理是合情推理的又一重要形式,在小学数学中大量应用,例如,学习体积单位时,根据度量面积的大小需要统一面积单位,从而联想到度量体积的大小需要统一体积单位,并由1平方厘米、1平方分米、1平方米这些面积单位联想到1立方厘米、1立方分米、1立方米这些体积单位,就属于类比推理。

小学数学中的类比推理主要体现在两个层次:一是简单表层类比推理,就是根据数学对象表面上的相似而进行的类比推理。这种推理得出的结论或然性较大,但对小学生来说容易被他们理解。例如,学习了长方形的面积=长×宽,就会很自然想到正方形的面积=边长×边长,学生在学习平行四边形的面积时也可能想到平行四边形的面积=底×邻边,但是这一结论是错误的。二是实质类比推理,就是通过对数学对象之间存在的具有实质性的、相互依存的内在联系的分析进行的类比推理。这种类比推理对小学生来说理解有一定的难度,但它得出的结论正确性相对较高,因此,在小学数学学习中仍然用得较多。例如,在学习圆柱的体积计算公式时,根据将圆转化成近似的长方形可以推导出圆的面积计算公式的已有经验,联想到可以将圆柱转化成近似的长方体推导出圆柱的体积计算公式,就是实质类比推理。

虽然类比推理的结果具有或然性,但它仍然具有十分突出的育人价值,一是类比推理是将一类问题的解决思路与方法迁移到另一类与之相似的问题情境中去,它不但有利于学生沟通知识之间的联系,形成概括化的认知结构,促进学生归纳概括能力的发展和思维深刻性品质的培养,而且有利于培养学生迁移学习的能力和解决问题的能力。例如,将行程问题中速度和 相遇时间 = 总路程 这一数量关系类推到工程问题中去,得出 工作效率和 工作时间 = 工作总量 这一结论,既有利于促进学生对工程问题的解决,也有利于学生将解决这两类问题的思路和方法联系起来形成更加概括的认知策略。二是类比推理需要观察、联想或猜想,它是富有创造性的推理,因此,类比推理既有利于学生发现解决问题的新思路和新方法,也有利于培养学生的创新意识。例如,根据乘法分配律,  $25(400 + 40) = 25 \cdot 400 + 25 \cdot 40$ ,联想到乘法对减法可能也具有这一规律,于是猜想:  $25(400 - 40) = 25 \cdot 400 - 25 \cdot 40$ ,学生通过再举出几个这样的例子验证,确定这种猜想是正确的。这样的类比推理过程不但促进了学生发现新知识,而且有利于培养学生的创新意识。

### 3. 概率统计推理。

概率统计推理是概率推理和统计推理的合称,所谓概率推理就是通过对于一类事物部分对象所具有属性的随机性的考察,推测出每一类事物都具有这种属性的可能性的程度的推理方法。例如,根据甲乙两个篮球队在过去9场比赛中甲队胜7场的实事,推测出本场比赛甲队胜过乙队的可能性很大,或甲队取胜的可能性是  $\frac{7}{9}$  这些结论,就是概率推理。所谓统计推理就是在对一类事物抽样调查的基础上,根据样本具有某种属性的程度或数量,推测出该类事物总体所具有这种属性的程度或数量的推理方法。可以看出,虽然概率统计推理都是由部分推出整体的推理形式,具有归纳推理的一些特点,但概率统计推理一般是建立在抽样调查和对数据的分析基础之上,它不同于归纳推理中的简单枚举,以数据为推理的主要依据是概率统计推理的最主要特点。

概率统计推理在认识和实践都具有重要的意义,对学生的学习与发展具有突出的育人价值,一是概率统计推理既有利于培养学生根据数据分析进行判断与选择的意识,也有利于培养学生尊重客观事实、言之有据、用数据说话的科学态度。二是概率统计推理既有利于培养学生根据数据思考问题的思维方式,也有利于培养学生在面对变化的情况和不确定现象作出合理预测的能力,为学生今后适应现代社会的需要打下良好的素质基础。三是学生在应用概率统计的知识解决实际问题的过程中,需要从日常生活中收集与问题有关的数据,并根据数据构建数学模型,利用多种知识求解数学模型,根据数学模型的解作出决策,以解决实际问题。这些概率统计推理活动,为学生综合应用知识解决实际问题搭建了平台,有助于培养学生的实践能力。例如,明明一家今年国庆节准备到安徽黄山去旅游,请你预测今年国庆期间黄山的气温情况,以便明明一家携带衣服。学生要解决这一问题,首先需要去收集近几年国庆期间黄山气温情况的数据,然后通过对数据的分析预测今年国庆期间黄山的气温情况。可以看出,通过概率统计推理,不但有利于培养学生根据数据进行判断的意识和解决实际问题的能力,而且也可以培养学生根据数据思考问题的思维方式。

### 二、培养学生合情推理能力的教学策略

在小学数学教学中,既要充分挖掘课程教材里有利于培养学生合情推理能力的题材,也要不断改进教与学的方式,让学生经历观察、实验、归纳、猜测、联想、类比等合情推理过程,促进学生合情推理能力的培养。

#### 1. 挖掘教材中合情推理的题材。

小学数学教材中蕴涵着大量的有利于培养学生合情推理能力的题材,具体可以从以下几方面去挖掘这些题材。

(1) 数学概念、性质、法则、关系、公式等知识形成过程中的合情推理。小学数学教材中,数学概念的形成、运算法则的归纳、计算公式的探索等,都体现了知识的发展与形成过程,学生经历这些知识的形成过程,必将用到观察、归纳、猜想等方法,这不但有利于学生感受数学家在探索

发现数学知识过程中思考问题的方法,也有利于培养学生的合情推理能力。例如,人教版课标数学教材(以下均以该版本教材为例,简称教材)四年级下册第65页 分数与除法的关系,让学生借助生活情境,通过对  $1 \div 3 = \frac{1}{3}$ 、 $3 \div 4 = \frac{3}{4}$  的观察,发现并归纳概括出分数与除法的关系,其中就蕴涵着合情推理。

(2) 探索规律中的合情推理。探索规律是数学课程标准 数与代数 领域中的一个内容,在小学数学教材中具体涉及了以下五方面的题材:一是探索加法运算律和乘法运算律。二是探索图形、数的排列规律,比如教材一年级下册第八单元主要探索图形和数简单的排列规律。三是探索乘、除法的积与商的变化规律。四是用计算器计算并探索算式的规律。五是教材中其他一些包含探索发现规律的题材,比如教材四年级下册第四单元探索小数点位置移动引起小数大小变化的规律,教材五年级上册第77页综合应用中探索物体重量与橡皮筋被拉长的变化规律等。综观这些题材,都体现着让学生运用观察、操作、实验、猜测、归纳等合情推理方法去发现数学对象的内在联系,探索给定情境中隐含的规律。因此,小学数学教学中应注意挖掘探索规律题材中的合情推理,促进学生合情推理能力的培养。例如,教材四年级上册第27页例2,先让学生用计算器计算  $9999 \cdot 1$ 、 $9999 \cdot 2$ 、 $9999 \cdot 3$ 、 $9999 \cdot 4$  的积,并发现其中的规律,再根据这一规律直接写出  $9999 \cdot 5$ 、 $9999 \cdot 7$ 、 $9999 \cdot 9$  的积。学生在探索这一规律的过程中需要用到观察、发现、归纳等思维方法,有利于促进学生合情推理能力的培养。

(3) 问题解决中的合情推理。问题解决既是小学数学课程的重要目标,也是小学数学教材中的重要内容。教材中除了单独用一个单元或结合有关知识的学习安排问题解决的内容外,还在 数学广角 和 综合与实践 中编排了大量的问题解决的内容。学生在解决这些问题的活动中,无论是对解决问题思路与方法的发现与总结,还是将一类问题的解决思路与方法迁移到另一类问题情境中去,都需要用到猜测、归纳、类比、联想等合情推理的方



法。因此,在问题解决中蕴涵着合情推理,通过问题解决既有助于培养学生的合情推理能力,也有助于学生发现解决问题的新思路和新方法,促进学生解决问题能力和创新意识的培养。例如,教材六年级上册《数学广角》中的“鸡兔同笼”问题,主要是让学生学习用列举、假设等方法解决问题。在随后的练习中解决“公园里的大船乘坐6人,小船乘坐4人,六(1)班38人租了8条船刚好坐满,大小船各有几条?”这类问题时,需要发现这两种问题情境之间的本质联系,由解决“鸡兔同笼”问题的思路和方法联想到解决该问题的思路和方法,这里蕴涵着类比推理。再如,教材五年级上册第65页例1稍复杂的方程,既是学习稍复杂方程的解法,也是学习用稍复杂的方程解决问题,当学生列方程解决问题后,教材中还提出“你是怎样列方程的?”这一问题,既是引导学生对用列方程解决问题的思路进行反思,也是让学生总结列方程解决问题的一般过程与方法,有利于培养学生的归纳推理能力。

(4)统计与概率中的合情推理。统计与概率是小学数学课程内容的有机组成部分,教材从一年级起开始安排统计的内容,从三年级起开始安排概率的内容,在这些内容中蕴涵了合情推理,一是在统计的内容中,蕴涵了让学生根据样本具有的属性和数量,推出该类事物具有的属性和数量,即由样本过渡到总体的推理。例如,教材四年级下册第113页第3题,要求学生根据1997~2003年每百户家庭彩电平均拥有量,预测2005年这个地区每百户家庭彩电平均拥有量,就属于统计推理。二是在概率的内容中,蕴涵了通过对一类事物的部分对象所具有属性的随机性的考察,推出每类事物具有这种属性可能性程度的推理。例如,教材五年级上册第99页通过抛硬币推断出抛硬币出现正面与反面向上的可能性都是 $\frac{1}{2}$ 就属于合情推理。

#### 2. 让学生掌握合情推理的方法。

观察、实验、猜测、联想、类比等是合情推理常用的方法,也是培养学生合情推理能力的重要措施。在小学数学教学中,应注意改革教与学的方式,引导学生积极参与观察、实验、猜测、联想、类比等数学

活动,发展学生的合情推理能力。

(1)恰当应用操作实验。操作实验是学生获得直接经验的一种学习方式,它不但有利于学生有效获取数学知识,而且有利于培养学生的合情推理能力。小学数学教学中应根据教学内容的特点和学生的认知水平恰当采用操作实验,让学生通过观察、发现、归纳、概括等数学活动,经历知识的形成过程,培养学生的合情推理能力。例如,在教学“三角形的内角和”时,学生通过对锐角三角形、直角三角形、钝角三角形的内角进行测量,或将三角形的三个角拼在一起,会发现这些三角形的内角和都是180°,从而归纳概括出“三角形的内角和都是180°”这一数学结论,这样的操作实验既有利于学生发现新的数学知识,也有利于培养学生的合情推理能力。

(2)鼓励学生合理猜想。猜想是合情推理常用的方法,它既有利于学生发现数学结论,也有利于培养学生的合情推理能力。在小学数学教学中,一方面应注意为学生提供猜想的机会,让学生在观察、思考的基础上,借助直觉大胆猜想;另一方面要引导学生通过举例、实验、推理、推广应用等方法对猜想获得的数学结论进行验证,以便确定猜想是否正确,培养学生严谨的学习态度。例如,教学“3的倍数的特征”时,可以先让学生在100以内的数表中找出3的倍数,并通过观察、思考发现这些数具有个位与十位上数的和是3的倍数这一特征,随之让学生猜想:凡是各位上数的和是3的倍数,这个数就是3的倍数,最后让学生举出不同的三位数、四位数,乃至五位数、六位数,并用计算器计算验证猜想的正确性。

(3)合理应用类比与联想。类比的实质是一种联想,它们都是合情推理的常用方法。小学数学教学中运用类比与联想,不但可以将新问题纳入到学生已有的认知模式中,促进新知向旧知转化,而且有利于学生发现解决问题的思路和方法,培养学生的合情推理能力和创新意识。小学数学教学中的类比与联想,既有知识的类比与联想,也有数学思想方法与学习方法的类比与联想,还有解决问题思路与方法的类比与联想。例如,在学习“比的基

由分数的基本性质、除法的基本性质,联想到比也具有这样的规律,就是知识的类比与联想;由平行四边形可以转化成长方形推导出平行四边形的面积计算公式,联想到梯形也可以转化成长方形或平行四边形推导出梯形的面积计算公式,既是学习方法的类比与联想,也是转化的数学思想方法的类比与联想;由解决分数问题的思路与方法联想到解决百分数问题的思路与方法就是解决问题思路与方法的类比与联想。在小学数学教学中运用类比与联想,关键应让学生找到两类问题的相同或相似的地方,特别应发现它们之间的本质联系,并用一类问题所具有的属性去猜想另一类问题也具有这些属性。例如,如果学生能发现分数与百分数这两类应用问题都有单位“1”的量及分率等相同因素,同时,也能感受到这两类应用问题在数量关系、问题结构等方面的内在联系,那么,他们就能由解决分数应用问题的思路与方法,联想到可以用这些思路与方法去解决百分数应用问题。

#### 3. 充分利用学生已有的知识经验。

合情推理的顺利有效进行,既与学生掌握合情推理的思维方法有关,也与学生已有的知识经验有关,学生已有的知识经验既是进行合情推理的重要依据,也是合情推理顺利有效进行的保证。因此,在小学数学教学中让学生进行合情推理,一方面要考虑学生头脑中是否具有与当前问题相关的知识经验,另一方面要注意激活学生的认知基础,引导学生充分利用已有知识经验进行猜想、类比与联想,确保合情推理的顺利进行,提高推理结论的正确性。例如,在教学认识1000以内数时,先让学生一个一个地数小正方体,得出10个一是10,再一十一十地数小正方体,得出10个十是100,最后一百一百地数小正方体,得出10个一百是1000。可以看出,这样的学习活动不但应用了合情推理,而且注意激活学生认知结构中100以内数的认识的相关知识经验,并以这些知识经验为基础去学习1000以内数的数数方法,认识计数单位“千”,以及体会计数单位“百”与“千”之间的十进制关系,体现了学生已有知识经验在合情推理中的作用。

#### 4. 注意合情推理与演绎推理结合。

合情推理与演绎推理虽然有本质的

# 小学数学估算教学现状与对策

陈远刚 (广东省惠州市教育局教研室)

加强估算 是新课程小学数学计算教学改革提出的一项要求,第一、二学段分别提出了要实现的具体目标。能结合具体情境,选择适当的单位进行简单估算,体会估算在生活中的作用。在解决问题的过程中,能选择合适的方法进行估算。新课程认为估算是人们在日常生活中运用相当广泛的数学运用方式和行为,有着广泛的应用价值和数学价值。

估算教学有助于提高学生对运算和测量结果有概括性的认识,在计算题目之前对结果进行估算,可以使学生合理、灵活地用多种方法去思考问题,在计算后对结果进行估算,可以使学生获得一种有价值的检验结果的方法。

## 一、估算教学的现状

估算在教师的心中到底有多重,学生的估算能力又如何呢?与教师交流研讨中,我们发现目前小学数学估算教学的现状却不容乐观,即使有教师认识到了估算的重要性,但在教学实施中,教师重视不够、理解欠缺,学生估算意识淡薄、方法单一等现象仍普遍存在。这里有教师方面的原因,也有学生方面的原因。

1.教师对估算知识的定位及研究缺失,造成估算教学低效。

(1)教师直接告知估算方法,学生体验不到估算是一种简化的计算。

在估算教学中,有的教师直接告诉学生估算的方法,把其中的两个数看成整十数、整百数,但为什么要看成整十数、整百数呢?学生却知其然而不知其所以然,没有感受到其中的简化思想,只是机械地照着前面的样子完成习题。其实估算,学生也是在进行计算,只是相对于原有的数据计算而言,对其中的数据进行了简化。然而这里学生虽然经历了数据的简化过程,却体验不到其中的简化思想,触及不到估算的灵魂所在。

(2)注重学生的估算结果的统一,轻视估算多种策略的探讨。

在实际教学过程中,教师在学生根据问题想出多种估算方法后,并不请他们谈谈是出于什么样的想法选择了这些估算策略,并不是引导他们比较选择不同策略的不同结果,领会选择不同估算策略的优劣性,而是希望他们采用同一、无误的方法,得到统一的结果,学生学了估算却并未感受到估算这种方法的优越性。久而久之,学生头脑中的估算方法从多种多样到只剩下唯一的一种“四舍五入”,学生头脑中的估算也就只能成为简单的近似计算了。

(3)教师轻视对学生估算意识的培养。

在进行教学的时候,教师总是先要求学生按照题目的要求,估计一下,在进行大量的练习后,学生形成了非常熟练的估算方法。整个学习过程中,学生只是按照教师的指令在进行估算,估算过程只是一个执行指令的过程,没有能够感受到为什么要进行估算。例如,一节四年级上册的“三位数乘两位的乘法”计算课,从学生课堂上对估算的态度来看,发现有很大一部分学生对估算的认识仍不够,好几位回答问题的学生都是直接说出计算的结果。这是因为估算这一知识点往往不列入单元检测内容中,因而任课教师只是在日常的教学中走过场式的完成教学课时任务,而不注重对估算教学的原因分析,不注重在平时的教学过程中对学生估算意识的培养。

2.学生估算意识淡薄,估算能力不足。

学生的估算意识及能力如何呢?我们曾随机抽取了二至四年级的小学生作过调查。基本情况如下:

1.你在平时的数学课中学过估算的方法吗? (23.4%的同学回答没有)
2.上数学课时,老师经常让你们进行估算吗? (73.7%的同学回答没有)
3.在做计算题时,你会先估算一下得数吗? (85.1%的同学回答不会)
4.题目做完后,你会用估算的方法检验答案吗? (97.4%的同学回答不会)

区别,但它们具有密切的联系。合情推理是演绎推理的基础,为演绎推理准备条件;演绎推理是合情推理的补充,为合情推理提供根据,合情推理的可靠性要靠演绎推理来证明,两者常常结合使用,因此,学生在进行合情推理时,还应注意与演绎推理有机结合。具体讲,一是在合情推理活动中注意应用演绎推理,使归纳、猜想、类比、联想等有比较充分的依据,提高合情推理结论的正确性。例如,在教学圆

的面积时,首先可以引导学生将一个圆等分成若干等份拼成一个近似的长方形,并通过观察发现长方形的面积、长、宽与圆的面积、周长、半径之间的关系,然后以长方形的面积=长×宽、长方形的长=圆的周长的一半、长方形的宽=圆的半径等为前提,推导出圆的面积=圆周长×半径÷2 (S=πr<sup>2</sup>)。这样的探索活动既应用了合情推理,也体现了合情推理与演绎推理的有机结合。二是注意将合情推理

得到的结论通过演绎推理加以验证,以便检验合情推理的结论是否正确,同时促进学生逻辑思维能力的培养。例如,五年级认识长方体时,可以先让学生在观察长方体的棱的基础上凭直觉猜想:长方体相对的四条棱的长度可能相等,然后引导学生应用长方形的对边相等这一知识为依据进行演绎推理,从而得出猜想的结论是正确的。

(责任编辑 贾振东)